

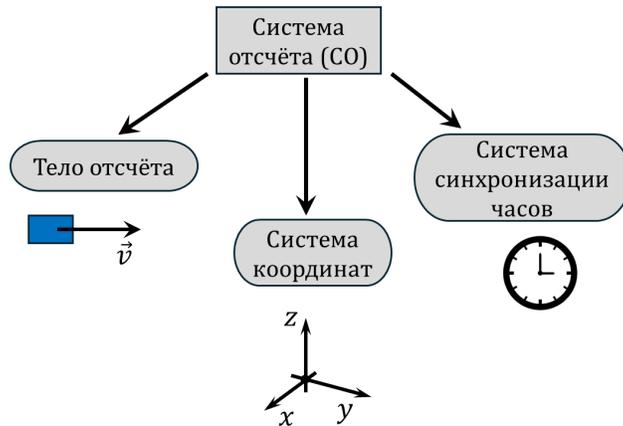
Кинематика

Равномерное и равноускоренное движение

Df: Механика—раздел физики, изучающий законы движения и причины, его вызывающие.

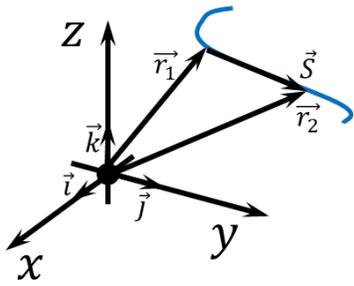


Re: Система Отсчёта (CO)



NO: По-ньютонову: время абсолютно ($t = t'$); Эйнштейн: ($t \neq t'$)

Df: Радиус-кривизны \vec{r} —Направленный отрезок, соединяющий начало координат с текущим положением материальной точки (MT).



Из рисунка:

$$r_2 = r_1 + \vec{S}$$

$$\vec{S} = r_2 - r_1 = \Delta r$$

Сумма векторов:

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

$$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k} \quad (1)$$

Из теоремы пифагора:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (2)$$

Re: Путь — скалярная физическая величина, равная длине проекции материальной точки

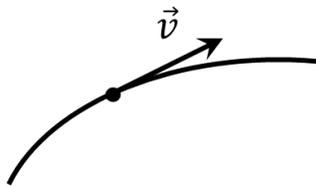
Размерность пути $[S] = \text{м}$

Re: Перемещение — направленный отрезок, соединяющий точку начала и конца движения точки

Прямолинейное одноправленное движение

$$|\vec{S}| = l \quad (3)$$

Df: Мгновенная скорость материальной точки:



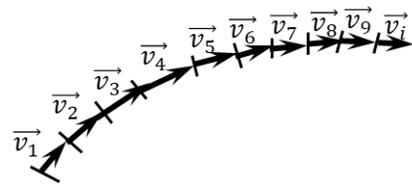
За очень малый промежуток времени $\Delta t \rightarrow 0$

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (4)$$

$$\Delta \vec{r} = \vec{v} \Delta t$$

Размерность скорости $[v] = \text{м/с}$

Метод Ньютона разбиваем на N частей



$$\Delta r_1 = \vec{v}_1 \Delta t_1$$

$$\Delta r_2 = \vec{v}_2 \Delta t_2$$

\vdots

$$\Delta r_i = \vec{v}_i \Delta t_i$$

Перемещение \vec{S} находится как векторная сумма перемещений за малые промежутки Δt

$$\vec{S} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \dots + \vec{r}_n = \sum_{i=1}^{\infty} \vec{v}_i \Delta t_i$$

$$\vec{S} = \vec{v}_1 \Delta t_1 + \vec{v}_2 \Delta t_2 + \dots + \vec{v}_n \Delta t_n$$

$$S = \sum_{i=1}^{\infty} \vec{v}_i \Delta t_i \quad (5)$$

Учитывая прямолинейное движение

$$\vec{v}_i = \vec{v} = \text{const}$$

$$\vec{v} \sum_{i=1}^{\infty} \Delta t_i = \vec{v}t$$

$$\boxed{\vec{S} = \vec{v}t} \quad (6)$$

Df: Ускорение материальной точки — векторная физическая величина, равная изменению скорости за малый промежуток времени Δt

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}'(t)$$

Размерность ускорения $[a] = \text{м/с}^2$

Df: При равноускоренном движении скорость материальной точки за любые равные промежутки времени изменения за равные промежутки времени изменяется на одинаковую величину

$$\Delta \vec{v} = \vec{a} \Delta t$$

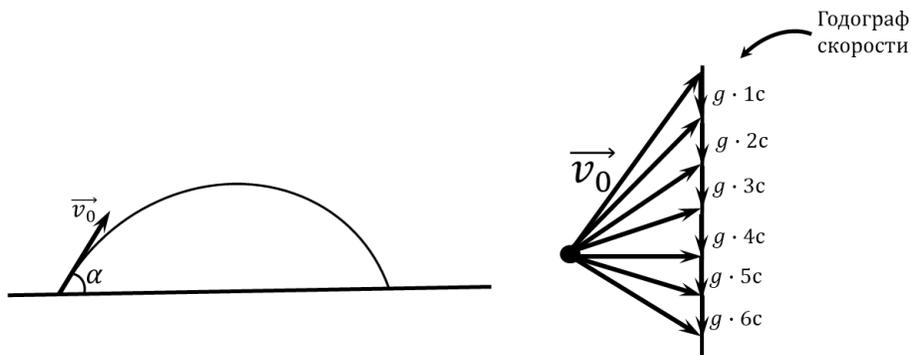
$$\vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{a} \Delta t$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \Delta t} \quad (7)$$

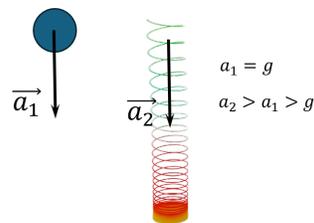
$$\boxed{\vec{S} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}} \quad (8)$$

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}; \quad S = \frac{v + v_0}{2} t$$

Ex:



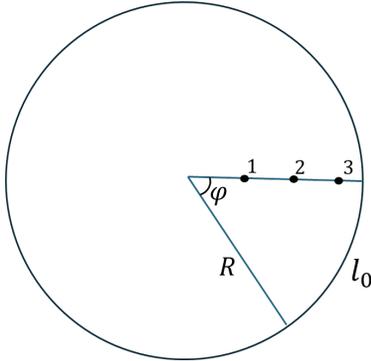
Dem:



"Сверхсвободное падение"

Вращательное движение

Df: Траектория материальной точки — окружность радиуса R



$$l_1 < l_2 < l_3$$

Угол поворота φ радиан

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3$$

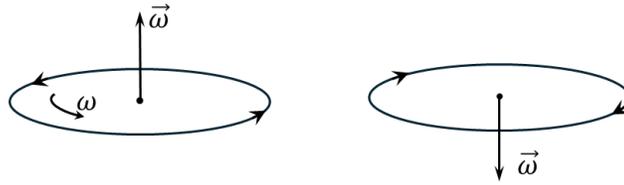
$$\boxed{\varphi = \frac{l_0}{R}; \quad l_0 = \varphi R} \quad (1)$$

Df: Угловая скорость материальной точки:

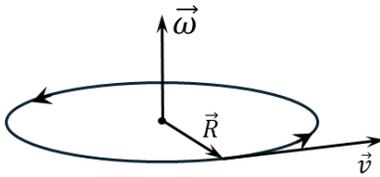
$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}} \quad (2)$$

Размерность угловой скорости $[\omega] = \text{с}^{-1}$

NO: $\vec{\omega}$ — векторная величина



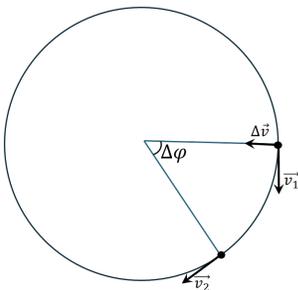
Правило правого винта



$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = \omega R$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}} \quad (3)$$

Ex: Центробежное ускорение: $a = \frac{v\Delta\varphi}{\Delta t} = vR$



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \{ \Delta v = v\Delta\varphi \}$$

Ех:

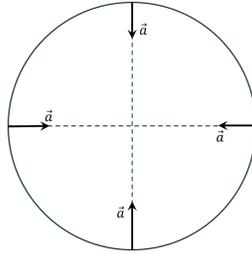
$$2\pi R = vt \quad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$2\pi = \omega t \quad \boxed{\omega = \frac{v}{R} \quad v = \omega R} \quad (4)$$

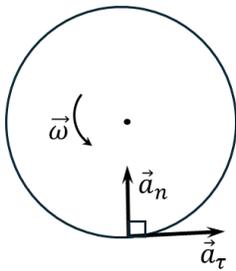
$$\omega = 2\pi\nu$$

NO: Формула для вычисления центростремительного ускорения a

$$\boxed{a = v \cdot \omega = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} = 4\pi^2 \nu^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2}} \quad (5)$$

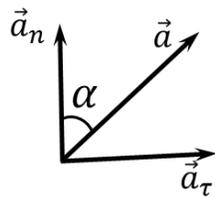


Ех: Неравномерное движение по окружности: (Тангенциальное, касательное ускорение)



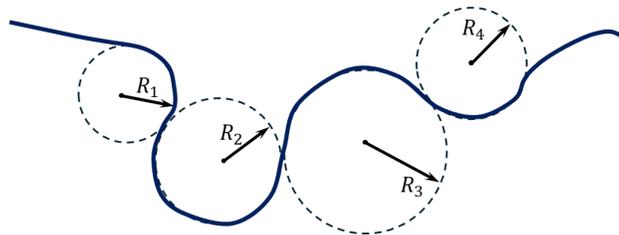
$$\begin{cases} a_\tau = \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ v = v_0 + a_\tau t \\ l = v_0 t + \frac{a_\tau t^2}{2} \end{cases} \quad (6)$$

Df: Полное ускорение материальной точки



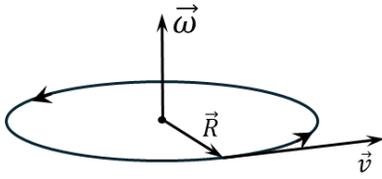
$$\begin{cases} \vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau \\ a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \\ \tan \alpha = \frac{a_\tau}{a_n} \end{cases} \quad (7)$$

NO: Метод Ньютона:



Произвольная траектория разбивается на различные дуги окружности (R_i)

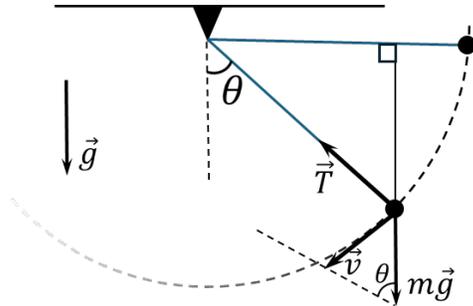
Ex: $a_n = a_{u.c.} = v\omega$



Из чертежа:

$$\vec{a}_n = \vec{a}_{u.c.} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R}) \quad (8)$$

Ex: "Горизонтальные качели"



$a(\theta)$ —?

Второй закон Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_c \quad (F_c \ll mg)$$

$$m(\vec{a}_n + \vec{a}_\tau) = mg \sin \theta$$

$$a_\tau = g \sin \alpha \quad (9)$$

Закон сохранения энергии

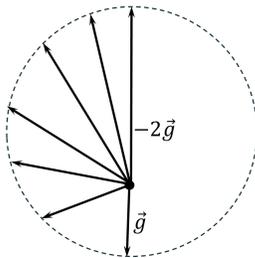
$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$

$$gl \sin \theta = \frac{v^2}{2}$$

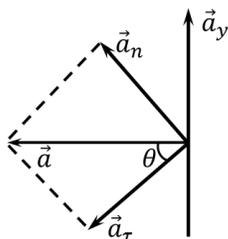
$$a_n = \frac{v^2}{R} = 2g \cos \theta \quad (10)$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{g^2 \sin^2 \alpha + 4g^2 \cos^2 \alpha} = g\sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha} \quad (11)$$

Df: Годограф ускорения материальной точки (множество точек концов вектора)



NO: В момент времени, когда вектор полного ускорения горизонтален, его проекция на вертикальную ось равна 0



$$a_n \cos \alpha = a_\tau \sin \alpha$$

$$2g \cos^2 \alpha = g \sin^2 \alpha$$

$$\theta = \arctan \sqrt{2} \approx 55^\circ \quad (12)$$

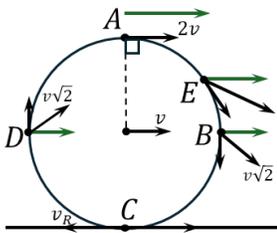
Df: Угловое ускорение материальной точки (β, ε)

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (13)$$

Размерность углового ускорения $[\omega] = \text{с}^{-2}$ При $\beta = \text{const}$

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \beta t \\ \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} v = \omega R \\ \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega R}{\Delta t} \\ \beta = \frac{a_\tau}{R} \end{cases} \quad (14)$$

Ex: Качение без проскальзывания



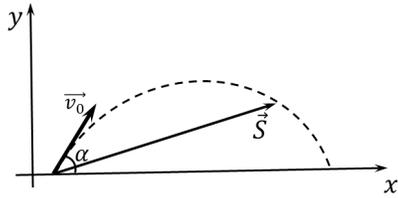
\vec{v} — скорость поступательного движения
 \vec{v}_R — скорость вращательного движения

$$\vec{V} = \vec{v} + \vec{v}_R \quad (15)$$

C — мгновенный центр вращения
 $v_c = 0 \Rightarrow$ без проскальзывания

$$v = \omega R; \quad \omega = \frac{v}{R}$$

Движение под углом к горизонту



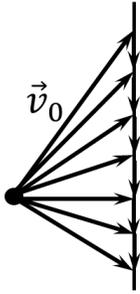
Второй закон Ньютона:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_c \quad (F_c \ll mg)$$

$$\vec{a} = \vec{g} = \text{const}$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$$

Годограф скорости:



$$t_n = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad (1)$$

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos \alpha \\ v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt \end{cases}$$

$$0 = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$t_{\text{полета}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \quad (2)$$

$$\vec{S} = \vec{v}_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \quad (3)$$

Уравнение траектории:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$y(x) = x \tan \alpha - \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cos^2 \alpha} \quad (4)$$

Дальность полёта:

$$S = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} (2 \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$S = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha \quad (5)$$